

早稲田大学大学院 経済学研究科

博士論文概要書

Essays on Implementation Theory

遂行理論に関する研究

Tsuyoshi Adachi

安達 剛

理論経済学・経済史専攻
公共経済学専修

2011 年 6 月

Abstract

This thesis comprises four essays on the implementation problem, considering especially the relation between the robustness and natural mechanisms.

Implementation theory looks at social institutions as *mechanisms* (or games) that coordinate the incentives of members in the society in order to achieve the social goal (or, social choice function; hereafter, SCF) that associate the social choice with private information of the members (or, agents). If the equilibrium outcome of the game is equivalent to the outcome recommended by SCF, then we can say that the mechanism *implements* the SCF. This theory can be used for actual institutional designs in various environments. Both robustness of implementation and naturality of mechanisms are important concepts especially when we consider application of the studies and introduction of the mechanisms from the standpoint of actual institutional designers.

Robustness of implementation concerns the robustness of the informational assumption about the agents (Bergemman and Morris, *Econometrica*, 2005; 73(6); 1771-1813). Since the equilibrium concept in game theory is associated with the assumption about the information that the agents have, the concepts about implementation is also defined associated with the assumption. This means that the results of implementation may vary depending on the assumption. Thus, an actual designer must know what information the agents have to use the results of studies as a basis for adopting a new mechanism. Robustness of implementation requires that a mechanism implements the SCF independently of the information that the agents have. In game theory, the structure of information that the agents have can be described by means of the type space. Thus, the definition of robustness is given as follows: a mechanism robustly implements an SCF iff The mechanism implements it under each conceivable type space.

Chapter 2 is based on the paper published by Journal of Mathematical Economics, "The Uniform Rule with Several Commodities: A Generalization of Sprumont's Characterization" (2010; 46(6); 952–964) This chapter considers the problem of allocating multiple divisible commodities among a group of agents with single-peaked preferences. We show that the uniform rule is the only SCF (or, allocation rule) that satisfies *strategy-proofness*, *envy-freeness*, and *same-sidedness*. Strategy-proofness requires that truth-telling is a weak dominant strategy in the direct mechanism. Envy-freeness requires that no agent should prefer any other agent's allocation to his own. Same-sidedness requires that the division rule does not recommend an allocation if in the allocation, there exist two agents such that

one agent feels inadequate and another agent feels too much about the same commodity. Same-sidedness is a necessary condition of Pareto efficiency and, moreover, equivalent to Pareto efficiency in the single-commodity case.

Sprumont (*Econometrica* 1991; 59; 509–519) characterizes the uniform rule by strategy-proofness, envy-freeness, and Pareto efficiency in the single-commodity case. Amorós (*Social Choice and Welfare* 2002; 19 (1); 57-6) characterizes the rule by strategy-proofness, envy-freeness, and same-sidedness in the case of multiple-commodities and two agents. Therefore, this result is a generalization of their two results.

Chapter 3 is based on an unpublished paper, “Robust and Secure Implementation: An Equivalence Theorem” (2010). This chapter considers the problem of robust (full) implementation in private value environments. Saijo, Sjöström, and Yamato (*Theoretical Economics* 2007; 2, 203–229) showed that the combination of strategy-proofness and the rectangular property is a sufficient condition for SCFs to be robust implementable in the direct mechanism. We show that the combination is also a necessary condition for the SCFs. This implies that we characterize robust implementable SCFs: an SCF is robustly implemented if and only if it satisfies the combination. This result also implies the revelation principle of robust implementation: any SCF that is robustly implemented by *some* mechanism can be robustly implemented by the direct mechanism.

The combination of strategy-proofness and the rectangular property was also the necessary and sufficient condition for secure implementability (Saijo, et al, 2007): an SCF is securely implemented if and only if it is implemented in weakly dominant strategies and in every Nash equilibrium. Therefore, we find that the class of robust implementable SCFs is equivalent to that of secure implementable SCFs, and for any SCF in the class, the direct mechanism robustly and securely implements the SCF at the same time (double implementation).

Chapter 4 is based on the working paper of 21COE-GLOPE, “Robust Sequential Implementation and Maskin Monotonicity” (2008; no.50). This chapter studies an SCF that is implemented in sequential equilibria on all common prior type spaces with a common extensive-form mechanism, i.e., a robustly and sequentially implementable SCF. We show that the combination of strategy-proofness, Maskin monotonicity, and no veto power is a sufficient condition for such SCFs. Maskin monotonicity is a necessary condition for Nash implementation, and has been largely studied. We consider the median-voting rule in a single-peaked voting environment as an example of SCF satisfying the sufficient condition. It is known

that in the case where only normal-form mechanisms are considered, which is the case discussed in Chapter 3, no efficient SCF can be robustly implemented in this environment (Saijo, et al; 2007).

Although no veto power is trivially satisfied in many economic environments, several SCFs in general environments could be incompatible with it. We provide an alternative sufficient condition that does not imply no veto power. The uniform rule in division problems and the strict core solution in indivisible good markets satisfy the condition.

Chapter 5 is based on an unpublished paper, “Natural implementation in scholarship assignment problems when jurors have favorites” (2011). In this chapter, We analyze the problem of a jury (as the set of agents) that must provide a ranking of contestants when the socially optimal ranking (as the SCF) is common knowledge among the agents (or, the jurors). Jurors may have groups of their friends among the contestants, and hence may be biased in their favor.

We first provides a necessary condition for the structure of the groups of friends to make the socially optimal ranking subgame-perfect implementable. We secondly propose an extensive-form mechanism that subgame-perfect implements the optimal ranking as long as it satisfies the necessary condition; thus, the condition is also a sufficient condition. The mechanism is simple and natural: it is finite, and in the mechanism, jurors have perfect information and answer sequential yes-no-questions about the the optimal ranking.

概要（日本語訳）

本論は遂行問題、特に遂行の **robustness** とメカニズムの自然さに関する 4 つの小論から構成される。

遂行理論では社会制度を、その社会の構成員（エージェント）のインセンティブを上手く調整することで彼らが持つ私的情報を正確に表明させ、その情報と関連付けられている社会目標（社会的選択関数、以下 **SCF**）を達成するために設計されるべきメカニズムであるとする。そして、メカニズムにおける均衡の結果が **SCF** の推奨する結果と一致するとき、“そのメカニズムはその **SCF** を遂行する”と表現する。この理論は現実の様々な環境における制度設計の問題に対する応用が想定されているが、本論が主題とする遂行の **Robustness** とメカニズムの自然さという 2 つの要請は、特にこの実際の制度設計という立場から研究成果の応用や新しいメカニズムの導入を考えたとき重要となる概念である。

2 つの要請のうち 1 つ目である遂行の **robustness** は、エージェントの情報的仮定に対する頑強性に関連した概念である（Bergemann and Morris, *Econometrica* 2005; 73(6); 1771-1813）。通常、ゲーム理論における均衡の概念はプレイヤーが持つ情報に関する仮定に依存して定義される。当然、遂行に関する諸概念もその仮定に依存して定義されることになる。しかしこれは、あるメカニズムによる遂行の成否が、エージェントが持つ情報に対する仮定に依存することを意味している。したがって、実際の制度設計者が遂行理論の研究成果を応用して新しいメカニズムを導入するためには、その仮定について正確な知識を持つ必要が生まれてしまう。遂行の **robustness** とは、メカニズムがそういった仮定に依存することなく **SCF** を遂行することを要請した概念である。ゲーム理論では通常、プレイヤーの持つ情報はタイプ空間という概念を用いて表現されるが、このタイプ空間という概念を用いれば、**Robust** 遂行の定義は次のように与えられる。つまり、あるメカニズムがある **SCF** を **robust** 遂行するとは、そのメカニズムが、想定される全てのタイプ空間の下でその **SCF** を遂行するということである。

第 2 章は、*Journal of Mathematical Economics* に公刊された論文、“The Uniform Rule with Several Commodities: A Generalization of Sprumont's Characterization” (2010; 46(6); 952-964) に基づいたものである。この章では、単峰型選好を持つエージェントの集団内で複数の種類の分割財を配分する問題を考察する。ここで得られる結論は **uniform rule** がこの問題において **strategy-proofness**, **envy-freeness**, **same-sidedness** の 3 条件を満たす唯一の **SCF**（または、単にルール）であるというものである。ここで **strategy-proofness** は真実表明が直接メカニズムにおける支配戦略であることを意味する。**Envy-freeness** は任意のエージェントは自身の取り分と比較して他の誰かの取り分を羨望することはないという要請である。最後に **Same-sidedness** は、（個々の財について）あるエージェントは自身の取り分に不足を感じ同時に他のエージェントは自身の取り分が過剰であると感じているような配分はルールによって推奨されないという要請であり、**Pareto efficiency** の必要条件

である。また財が1種類のときは、この条件はパレート効率性に等しい。

Sprumont (Econometrica 1991; 59; 509-519) はこの環境で財が1種類の時に strategy-proofness, envy-freeness, Pareto efficiency によって uniform rule が特徴付けられることを示した。また、Amorós (Social Choice and Welfare 2002; 19(1); 57-67)は、財の種類が複数でエージェントが2人の場合に、strategy-proofness、envy-freeness、same-sidedness によって uniform rule が特徴づけできることを示している。この章の結果はこれら2つの結果の一般化と言える。

第3章は、未公開論文“Robust and Secure Implementation: An Equivalence Theorem” (2010) に基づいたものである。この章では、私的環境における robust (完全) 遂行の問題を考察している。Saijo, Sjöström, and Yamato (Theoretical Economics 2007; 2; 203-229) はこの環境において、strategy-proofness と rectangular property の組み合わせが直接メカニズムによる robust 遂行のための十分条件であることを示しているが、この章で明らかになる結果は、実はその組み合わせは同時に必要条件でもある、というものである。これによって robust 遂行の特徴づけが行われることになる。また、この結果は robust 遂行について顕示原理が成立することを示している。つまり、任意の robust 遂行可能なメカニズムは、直接メカニズムによっても遂行可能である。

Strategy-proofness と rectangular property の組み合わせはセキュア遂行（弱支配戦略と全てのナッシュ均衡による二重遂行）の必要十分条件でもあった (Saijo, et al; 前掲)。したがって、robust 遂行可能な SCF の集合とセキュア遂行可能な SCF の集合は等しい。また、その集合に属する任意の SCF は、直接メカニズムによって robust かつセキュアに遂行されることになる (robust 遂行とセキュア遂行の二重遂行)。

第4章は 21COE-GLOPE ワーキングペーパー “Robust Sequential Implementation and Maskin Monotonicity” (2008; No.50) に基づいている。この章では、ある共通の展開形メカニズムを用いることで任意の common prior タイプ空間における全ての逐次均衡によって遂行されるような SCF、つまり robust な逐次遂行が可能な SCF を研究している。この章で得られる結論は、strategy-proofness, Maskin monotonicity, no veto power の3つの条件の組み合わせが上記のような SCF にとっての十分条件であるというものである。ここで Maskin monotonicity はナッシュ遂行の必要条件として広く研究されている条件である。またこの章では、上述の条件の組み合わせを満たす SCF の例として、単峰型投票環境における中位者投票ルールを取り上げる。第3章のように展開形メカニズムを用いずに標準形メカニズムのみを利用できるメカニズムの対象とした場合、上記の投票環境ではいかなる効率的な SCF も robust 遂行できないことが知られている (Saijo, et al; 前掲)。したがってこのことは、展開形メカニズムへの拡張がいくつかの重要な環境における SCF の robust 遂行可能性につながることを示唆している。

No veto power は多くの経済環境では自明に満たされるが、一般的な環境においてはその限りではない。そこで本章では no veto power に依存しない別の十分条件も与えている。

単峰性選好環境下の分割財配分問題における **uniform rule** や、非分割財交換問題における強コアといった **SCF** の **robust** 遂行可能性が、この十分条件を用いて示される。

第5章は未刊行論文 “Natural implementation in scholarship assignment problems when jurors have favorites” (2011) に基づいている。この章では、コンテストにおいて出場者の順位を決めなければならない審査員団（＝エージェントの集団）の問題を分析する。社会的に最適な順位（＝**SCF**）は全審査員にとって共通知識であるが、それは客観的に検証可能ではない。各審査員はコンテストタントの中に複数の仲間を持っている可能性があり、彼らに対してひいきをすることが考えられる。

この問題において、この章ではまず最適順位が部分ゲーム完全遂行可能であるための仲間関係の構造についての必要条件を挙げる。次に、その条件を満たす任意の構造の下で、最適順位を部分ゲーム完全遂行する自然なメカニズムを一つ提示する（これは上述の条件が必要十分条件であることを意味している）。具体的には、そのメカニズムは有限であり、審査員達にとっては完全情報ゲームである。審査員達は逐次、最適順位に関する2項選択の問いに回答を行っていき、その回答から直截的に導かれる順位が最終的な順位となる。